Legyenek f, g $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvények. Igaz-e, hogy ha f periodikus, akkor $f \circ g$ is periodikus?

Nem igaz.

Legyen $f(x) = \{x\}$ és legyen $g(x) = x^2$. Ekkor $(f \circ g)(x) = \{x^2\}$, amely függvény nem periodikus.

Indirekt tegyük fel, hogy van olyan $p \neq 0$ szám, mely periódusa.

$$\begin{aligned}
\{(x+p)^2\} &= \{x^2\} \\
x^2 + 2px + p^2 - [x^2 + 2px + p^2] &= x^2 - [x^2] \\
[x^2] + 2px + p^2 &= [x^2 + 2px + p^2]
\end{aligned}$$

Ha $2px + p^2$ nem egész, akkor a bal oldal nem egész szám, a jobb oldal viszont az egészrész definíciója szerint mindenképpen. Mindig található adott p mellett olyan x, melyre $2px + p^2 = \frac{1}{2}$, $x = \frac{\frac{1}{2} - p^2}{2p}$ jó példa, ezzel ellentmondásra jutottunk, tehát a $\{x^2\}$ függvény nem lehet periodikus.

Belátható, hogy ha b nem egész, akkor $\{x + b\} \neq \{x\}$. Ez definíció alapján könnyen igazolható, indirekt tegyük fel, hogy egynelőek.

$$\begin{aligned}
\{x+b\} &= \{x\} \\
x + b - [x+b] &= x - [x] \\
b &= [x+b] - [x]
\end{aligned}$$

Ha b nem egész, akkor ez ellentmondás, mert a bal oldala nem egész, a jobb oldalon pedig az egészrész definíciója miatt mindenképp egész szám áll.